EXERCICE N°5 : 25' 5 points

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ et F la primitive de f sur $[0,+\infty[$ qui s'annule en zéro.

1°) Soit H la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $H(x)=F(\tan x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et déterminer $H'(x)$.

b) En déduire que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$: $H(x)=x$.

c) Calculer alors $F(1)$.

2°) Soit G la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $G(x)=F\left(\dfrac{1}{1+x}\right)+F\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $[0,+\infty[$, et déterminer $G'(x)$.

b) En déduire que : $F\left(\dfrac{1}{2}\right)+F\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

EXERCICE N°6 : 30' 6 points

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=1+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

1°) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2°) Soit F la primitive de f sur IR qui s'annule en zéro.

a) Montrer que F est impaire.

b) Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[$: $x\le F(x)\le 2x$.

c) En déduire la limite de F en $+\infty$.

d) Dresser le tableau de variation de F.

3°) Soit G la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $G(x)=F(\cos x)$.

a) Dresser le tableau de variation de G.

b) Donner l'allure de la courbe de G sur autre repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.(on prend $F(1)=1,9$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn